

Lista 4 de FI-193

1. Problema 3.11(a) e (b) do Fetter e Walecka. Particularize para um potencial independente do spin

$$V_{\alpha\beta}(\vec{x}) = \delta_{\alpha\beta} V(\vec{x}).$$

Escreva a equação de Dyson no espaço de momentos. Atenção: a função de Green $G^{ex}(x, y)$ depende dos dois argumentos espaciais $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ **separadamente**, não apenas da diferença $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ (embora continue dependendo apenas de $t_x - t_y$, pois o sistema é isolado), já que o sistema na presença do potencial externo perde a invariância translacional. Por isso, é necessário definir uma transformada de Fourier dupla

$$G^{ex}(x, y) = \int \frac{d^3k d^3q d\omega}{(2\pi)^7} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{y}} e^{-i\omega(t_x - t_y)} G^{ex}(\mathbf{k}, \mathbf{q}, \omega).$$

Mostre que

$$G^{ex}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \omega) = G^{(0)}(\mathbf{k}, \omega) \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} + G^{(0)}(\mathbf{k}, \omega) T(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \omega) G^{(0)}(\mathbf{k}', \omega),$$

onde $T(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \omega)$ é a matriz T de espalhamento pelo potencial. Encontre uma equação para $T(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \omega)$. Considere agora o caso particular, em d dimensões, em que o potencial é localizado no espaço

$$V(\vec{x}) = U \delta^{(d)}(\vec{x}).$$

Resolva a equação da matriz T (note que ela é independente do momento nesse caso). Mostre então que, para $d \leq 2$ e $U < 0$, um estado ligado sempre se forma, não importa quão fraco seja U . Ao calcular as integrais de momentos, introduza um corte para momentos altos: $k < \Lambda$ (Dica: procure pelos pólos negativos da matriz T).

2. Problema 3.14 do Fetter e Walecka.
3. Problema 7.5 do Fetter e Walecka.